

**ĐỀ THI MÔN TOÁN**

Mã đề thi 102

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề.

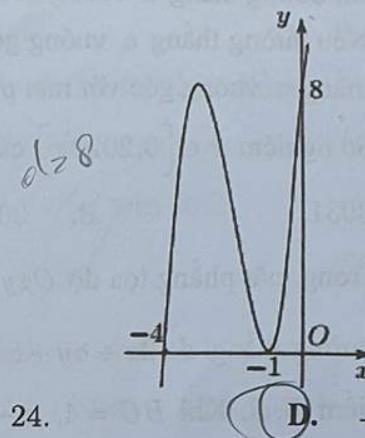
Họ và tên thí sinh: .....

Số báo danh: .....

**I. Phần trắc nghiệm**

Câu 1 : Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ )

có đồ thị như hình bên. Khi đó,  $a + b - c - d$  bằng



- A. 4.      B. -6.      C. 24.      D. -12.

Câu 2 : Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên khoảng  $(a; b)$  và  $x_0 \in (a; b)$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Nếu tồn tại giới hạn (hữu hạn)  $\lim_{x \rightarrow x_0} \left| \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \right|$  thì giới hạn đó là đạo hàm của hàm số  $y = f(x)$  tại điểm  $x_0$ .

B. Nếu tồn tại giới hạn (hữu hạn)  $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) - f(x_0))$  thì giới hạn đó là đạo hàm của hàm số  $y = f(x)$  tại điểm  $x_0$ .

C. Nếu tồn tại giới hạn (hữu hạn)  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$  thì giới hạn đó là đạo hàm của hàm số  $y = f(x)$  tại điểm  $x_0$ .

D. Nếu tồn tại giới hạn (hữu hạn)  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{|x - x_0|}$  thì giới hạn đó là đạo hàm của hàm số  $y = f(x)$  tại điểm  $x_0$ .

Câu 3 : Cho một khối trụ tròn xoay và tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$ , trong đó  $A, B$  nằm trên một đường tròn đáy của khối trụ và  $C$  nằm trên đường tròn đáy còn lại. Biết  $AB = a$  và mặt phẳng  $(ABC)$  tạo với mặt phẳng đáy của khối trụ một góc bằng  $45^\circ$ . Thể tích khối trụ đã cho bằng

A.  $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$ .

B.  $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{2}$ .

C.  $\frac{3\sqrt{2}\pi a^3}{16}$ .

D.  $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{16}$ .

Câu 4 : Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. Nếu đường thẳng  $a$  vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau cùng nằm trong mặt phẳng ( $P$ ) thì đường thẳng  $a$  vuông góc với mặt phẳng ( $P$ ).
- B. Nếu đường thẳng  $a$  vuông góc với một đường thẳng nằm trong mặt phẳng ( $P$ ) thì đường thẳng  $a$  vuông góc với mặt phẳng ( $P$ ).
- C. Nếu đường thẳng  $a$  vuông góc với hai đường thẳng song song cùng nằm trong mặt phẳng ( $P$ ) thì đường thẳng  $a$  vuông góc với mặt phẳng ( $P$ ).
- D. Nếu đường thẳng  $a$  vuông góc với hai đường thẳng cùng nằm trong mặt phẳng ( $P$ ) thì đường thẳng  $a$  vuông góc với mặt phẳng ( $P$ ).

Câu 5 : Số nghiệm  $x \in [0; 2022\pi]$  của phương trình  $2 \cos x - \cos 2x = 1$  là

- A. 3031.      (B). 3034.      C. 4044.      D. 3033.

Câu 6 : Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho đường tròn  $(C) : (x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$  và điểm  $A(2; 9)$ .

Đường thẳng  $d : 2x + ay + b = 0$  ( $b > 0, a \in \mathbb{R}$ ) đi qua điểm  $A$  và cắt đường tròn  $(C)$  tại hai điểm  $B, C$ . Khi  $BC = 4, a - b$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-8; -2)$ .      B.  $(-2; 2)$ .      C.  $(-\infty; -8)$ .      D.  $(2; +\infty)$ .

Câu 7 : Trong không gian cho mặt cầu tâm  $I$  và 10 đường thẳng phân biệt đi qua điểm  $I$  cắt mặt cầu tại 20 điểm. Gọi  $S$  là tập hợp các hình chữ nhật tâm  $I$  và có các đỉnh là bốn điểm trong 20 điểm trên. Số phần tử của  $S$  là

- A. 4845.      B. 2025.      C. 50.      (D). 45.

Câu 8 : Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. Khối đa diện ( $H$ ) là khối đa diện lồi thì tồn tại đường thẳng nối hai điểm của ( $H$ ) thuộc ( $H$ ).
- B. Khối đa diện ( $H$ ) là khối đa diện lồi nếu đoạn thẳng nối hai điểm bất kì của ( $H$ ) luôn thuộc ( $H$ ).
- C. Khối đa diện ( $H$ ) là khối đa diện lồi thì đường thẳng nối hai điểm bất kì của ( $H$ ) luôn thuộc ( $H$ ).
- D. Khối đa diện ( $H$ ) là khối đa diện lồi nếu tồn tại đoạn thẳng nối hai điểm của ( $H$ ) thuộc ( $H$ ).

Câu 9 : Cho hai số thực dương  $a, b$  thỏa mãn  $\sqrt[4]{\log a} + \sqrt{\log b} + \log \sqrt[4]{a} + \log \sqrt{b} = 108$  và bốn số  $\sqrt[4]{\log a}, \sqrt{\log b}, \log \sqrt[4]{a}, \log \sqrt{b}$  là các số nguyên dương. Khi đó,  $ab$  bằng

- A.  $10^{320}$ .      B.  $10^{125}$ .      C.  $10^{28}$ .      (D).  $10^{300}$ .

Câu 10 : Với hai số thực  $a$  và  $b$  thỏa mãn  $a < b$ , đặt  $M = \int_a^b (-3 + 4x - x^2) dx$ . Khi  $M$  đạt giá trị lớn nhất thì

- A.  $a \in (-2; 0)$ .      B.  $a \in (2; 4)$ .      (C).  $a \in (0; 2)$ .      D.  $a \in (-4; -2)$ .

Câu 11 : Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Góc giữa đường thẳng  $B'C$  và mặt phẳng  $(BDD'B')$  bằng

- A.  $60^\circ$ .      B.  $45^\circ$ .      C.  $90^\circ$ .      (D).  $30^\circ$ .

Câu 12 : Cho  $b > a > 1$ . Đường thẳng  $y = 2$  cắt đồ thị hàm số  $y = \log_a x$  và đồ thị hàm số  $y = \log_b x$  tại các điểm có hoành độ lần lượt là  $x_1$  và  $x_2$ . Biết rằng  $x_2 = 8x_1$ , giá trị của  $\frac{b}{a}$  bằng

A. 2.

B. 3.

C.  $2\sqrt{2}$ .

D.  $3\sqrt{3}$ .

Câu 13 : Cho số thực  $a$  sao cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} ax + 4 & \text{khi } x \neq -1 \\ 1 & \text{khi } x = -1 \end{cases}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Khi đó,  $a$  bằng

A. 3.

B. -3.

C. -5.

D. 5.

Câu 14 : Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2; 1; 0)$  và  $B(0; 4; 0)$ . Xét điểm  $S$  thay đổi luôn thuộc trục  $Oz$ , gọi  $K$  là trung điểm của  $SB$ ,  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $O$  trên  $AK$ . Biết rằng  $H$  luôn thuộc một đường tròn cố định, chu vi của đường tròn đó là

A.  $\sqrt{5}\pi$ .

B.  $\frac{3\sqrt{5}\pi}{5}$ .

C.  $\frac{2\sqrt{5}\pi}{5}$ .

D.  $\frac{2\sqrt{3}\pi}{3}$ .

Câu 15 : Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$  và cạnh bên tạo với đáy một góc  $45^\circ$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $SB, SD$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $MN$  và  $BC$  bằng

A.  $\frac{\sqrt{3}a}{2}$ .

B.  $\frac{\sqrt{2}a}{4}$ .

C.  $\frac{\sqrt{2}a}{2}$ .

D.  $\frac{a}{2}$ .

Câu 16 : Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. Đường thẳng  $x = x_0$  là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  nếu  $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty$ .
- B. Đường thẳng  $x = x_0$  là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  nếu  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = x_0$ .
- C. Đường thẳng  $x = x_0$  là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  nếu  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = f(x_0)$ .
- D. Đường thẳng  $x = x_0$  là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  nếu  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = x_0$ .

Câu 17 : Gọi  $S$  là tập hợp các số nguyên dương  $x$  sao cho ba số  $\log_3 x, \log_9 x$  và  $3$  là độ dài ba cạnh của một tam giác. Khi đó, số phần tử của  $S$  là

A. 719.

B. 721.

C. 717.

D. 701.

Câu 18 : Cho hai hàm số  $f(x)$  và  $g(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Khẳng định nào dưới đây sai?

A.  $\int_a^b kf(x)dx = k \int_a^b f(x)dx$  với mọi  $k, a, b \in \mathbb{R}$ .

B.  $\int (k^2 + 2022) f(x)dx = (k^2 + 2022) \int f(x)dx$  với mọi  $k \in \mathbb{R}$ .

C.  $\int_a^b [kf(x) + g(x)] dx = k \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$  với mọi  $k, a, b \in \mathbb{R}$ .

D.  $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$  với mọi  $k \in \mathbb{R}$ .

Câu 19 : Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = (-1)^n \frac{2022n}{n+1}$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. Dãy số  $(u_n)$  là dãy số giảm.
- B. Dãy số  $(u_n)$  là dãy số không bị chặn dưới.
- C. Dãy số  $(u_n)$  là dãy số bị chặn.
- D. Dãy số  $(u_n)$  là dãy số tăng.

Câu 20 : Biết phương trình  $z^3 + az^2 + 6z + b = 0$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) có 3 nghiệm  $z_1, z_2, z_3$  trong đó  $z_1 = 5 + i$ .

Khi đó,  $|z_2|^2 + |z_3|^2$  bằng

- A. 28.
- B. 26.
- C. 30.
- D. 32.

Câu 21 : Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $|z - 3| = |z + 2i|$ . Tập hợp điểm biểu diễn của các số phức  $w = (i+1)z$  là một đường thẳng có phương trình

- A.  $x - 7y - 5 = 0$ .
- B.  $x + 5y - 5 = 0$ .
- C.  $4x - 6y - 7 = 0$ .
- D.  $10x - 2y - 5 = 0$ .

Câu 22 : Gọi  $A$  là tập hợp các số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau lập từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5. Chọn ngẫu nhiên một số từ  $A$ . Xác suất để số chọn ra có hai chữ số chẵn, hai chữ số lẻ bằng

- A.  $\frac{9}{25}$ .
- B.  $\frac{3}{5}$ .
- C.  $\frac{18}{25}$ .
- D.  $\frac{2}{5}$ .

Câu 23 : Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; 1; 1)$ ,  $B(-1; 1; 0)$ ,  $C(3; 1; -1)$ . Gọi  $M(a; b; c)$  là điểm thuộc mặt phẳng  $(Oxz)$  và cách đều ba điểm  $A, B, C$ . Khi đó,  $a + b - c$  bằng

- A. -2.
- B.  $\frac{5}{2}$ .
- C.  $-\frac{1}{3}$ .
- D. 2.

Câu 24 : Hàm số nào dưới đây tuần hoàn với chu kỳ  $\pi$ ?

- A.  $y = \tan\left(\frac{x}{2}\right)$ .
- B.  $y = \cos\left(\frac{x}{2}\right)$ .
- C.  $y = \cos(x)$ .
- D.  $y = \sin(2x)$ .

Câu 25 : Biết hai số thực  $a, b$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \sqrt{16x^2 + ax + 2022} - bx \right) = -3$ . Khi đó, khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $a \in (0; 30)$ .
- B.  $a \in (30; +\infty)$ .
- C.  $a \in (-20; 0)$ .
- D.  $a \in (-\infty; -20)$ .

## II. Phần tư luận

**Bài 1.** Viện Toán ứng dụng và Tin học, Đại học Bách khoa Hà Nội công bố điểm thi ba môn Đại số, Giải tích 1, Giải tích 2 của một lớp sinh viên, có 108 sinh viên đạt điểm A. Biết rằng:

- Có 43 sinh viên đạt điểm A môn Giải tích 1;
- Có 32 sinh viên đạt điểm A môn Giải tích 2;
- Có 54 sinh viên đạt điểm A môn Đại số;
- Có 09 sinh viên đạt điểm A hai môn Giải tích 1 và Đại số;
- Có 08 sinh viên đạt điểm A hai môn Giải tích 2 và Đại số;
- Có 03 sinh viên đạt điểm A cả ba môn.

Hãy xác định:

- a) Số sinh viên đạt điểm A hai môn Đại số và Giải tích 1, nhưng không đạt điểm A môn Giải tích 2;
- b) Số sinh viên chỉ đạt điểm A môn Đại số;
- c) Số sinh viên đạt điểm A hai môn Giải tích 1 và Giải tích 2.

**Bài 2.** Cho hình lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$ . Gọi  $M$  là trung điểm đoạn  $AC$  và  $N$  là điểm thuộc  $BC$  sao cho  $\overrightarrow{NB} = -2\overrightarrow{NC}$ .

- a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng  $(A'MN)$  và  $(BB'C'C)$  (vẽ hình minh họa).
- b) Tìm thiết diện của hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  cắt bởi mặt phẳng  $(A'MN)$  (vẽ hình minh họa).  
Thiết diện là hình gì? Tại sao?
- c) Mặt phẳng  $(A'MN)$  chia khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  thành hai phần có thể tích tương ứng là  $V_1$  và  $V_2$  với  $V_1 > V_2$ . Tính tỉ số  $\frac{V_1}{V_2}$ .

----- Hết -----